

# 基于循环谱能量的自适应频谱检测算法

张昊晔, 包志华, 张士兵  
(南通大学 电子信息学院, 江苏 南通 226019)

**摘 要:** 根据信号循环平稳谱的特征, 研究在低信噪比环境下的频谱检测问题, 提出一种基于循环谱能量的自适应判决门限频谱检测算法。该算法融合能量检测与循环平稳特征检测的机理, 以信号的循环谱能量为检测统计量, 加权合并虚警率与检测率, 准确估计循环谱特征值, 构建了具有噪声自适应能力的频谱检测判决门限。仿真结果表明, 该算法可以在低信噪比环境下有效地完成频谱检测, 克服了噪声波动对频谱检测性能的影响, 对不同调制主信号的感知具有稳健性。与最大-最小特征值算法和盲检测算法相比, 该算法分别改善了信噪比 4dB 和 8dB。

**关键词:** 认知网络; 频谱检测; 循环平稳; 加权; 自适应门限

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2011)11-0095-09

## Adaptive spectrum sensing algorithm based on cyclostationary spectrum energy

ZHANG Hao-ye, BAO Zhi-hua, ZHANG Shi-bing  
(School of Electronics and Information, Nantong University, Nantong 226019, China)

**Abstract:** Focused on the characteristic of cyclostationary spectrum of signal and the spectrum sensing in low signal-to-noise ratio, an adaptive decision threshold spectrum sensing algorithm was proposed, which combines cyclostationary spectrum sensing with energy detection. By weighting the sum of probabilities of detection and false alarm, estimating the eigenvalues of the cyclostationary spectrum, the algorithm provides an adaptive decision threshold which could differentiate the primary signal from the background noise. The simulation results show that the algorithm could perform well in low signal-to-noise ratio and remove the effect of noise uncertainty on the spectrum sensing. It outperforms maximum-minimum eigenvalue and blind detection with 4dB and 8dB respectively in signal-to-noise ratio, and has robustness to different modulated primary signal.

**Key words:** cognitive network; spectrum sensing; cyclostationary; weighting; adaptive threshold

### 1 引言

无线通信在过去的几十年间经历了飞速的发展, 得到了市场的充分肯定, 成为短距离通信技术的发展主流, 无线通信业务急剧升温。但与此同时, 可用的频谱资源却日渐匮乏, 有限的无线频谱已成为当今世界最宝贵的资源之一。从实际无线频谱运

营情况来看, 已分配(授权)的无线频谱在时间和空间上存在不同程度的闲置。有关对无线频谱的测量数据显示, 大部分无线频段的频谱使用率仅在 10%左右<sup>[1]</sup>, 远没有被充分利用起来。1999 年, 由 Mitola 提出的认知无线电(CR, cognitive radio)作为一种动态频谱接入技术, 被公认为是智能感知频谱环境、高效利用无线频谱的技术手段之一<sup>[2]</sup>。CR

收稿日期: 2011-07-30; 修回日期: 2011-11-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60872002, 61071086)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (60872002, 61071086)

技术可以通过对无线业务频道的实时监听,感知周围频谱环境,探明未使用或未充分利用的频段,调整系统自身传输参数,实现无线资源的频谱共享,并且不会对该频段的主用户造成有害干扰。因此,借用未使用或未充分利用的频段来有效地利用频谱,CR技术可以在不降低主网络服务质量(QoS, quality of service)的情况下大大提高整个系统的吞吐量,在无线通信中具有巨大的应用潜力<sup>[3]</sup>。

快速、正确、有效的频谱检测是实现CR的前提。常见的频谱检测有能量检测、匹配滤波器检测、循环平稳特征检测和小波检测等<sup>[4]</sup>。其中,能量检测实现简单,无需信号的先验知识,就可以判决是否有授权用户出现,但是噪声干扰温度门限难以确定,在低信噪比(SNR, signal-to-noise ratio)环境下无法正确、有效地进行频谱检测;匹配滤波器检测可以在短时间内完成信号的同步检测,但是要掌握信号的先验知识,不适合一般情况下的频谱检测;循环平稳特征检测可以利用平稳信号的循环特征进行频谱检测,在抗噪性能方面具有明显优势,但算法的运算量比较大;小波检测可以利用小波变换在频域中的“放大镜”作用,有效检测主信号的频谱,但不同主信号的检测需要不同的小波分组进行“放大”,所以如何选择合适的小波分组是一个难题<sup>[5]</sup>。

由于无线信道的复杂性,目前有关频谱检测技术的研究主要聚焦在信道多径衰落和阴影衰落等低信噪比和噪声功率不确定环境下的频谱检测问题。文献[6]对经典的能量检测进行改进,提出了更为准确的判决门限;文献[7]将观察样本重构为一个学生 $t$ 分布的假设问题,以消除噪声的影响。考虑到高斯噪声的信息熵是恒定的,文献[8]提出了基于信号信息熵的频谱检测器,有效地克服了噪声不确定性对频谱检测性能的影响。文献[9]和文献[10]借助接收信号矩阵的特征值,分别提出了最大—最小特征值(MME, maximum-minimum eigenvalue,)算法和盲检测(BD, blind detection)算法。MME算法和BD算法中的判决门限与噪声功率无关,是目前单节点频谱检测算法中最有效、最实用的2种算法。随着大规模集成电路工艺和技术的发展,集成电路的运算能力和存储容量将飞速提高,循环平稳特征检测在运算量大、计算复杂和数据存储容量大等方面的缺点将有所改善<sup>[11]</sup>。因此,基于循环平稳特征检测的频谱检测方法引起了人们的关注。文献

[12]利用WiMAX信号的循环前缀进行频谱检测,文献[13]根据接收信号的循环谱周期图和先验信号特征的关系,再利用Toeplitz矩阵和循环矩阵的渐近特性,可以检测到-20dB时的数字电视信号,文献[14]提出了一种多假设序贯单循环检测器,大大缩短了频谱检测的时间。国内有关单位和学者也作出了不少研究成果,如文献[15]提出了一种基于三重矩阵累积估计的频谱空穴检测算法,将频域块自适应滤波与矩阵重构、累积估计和频域平滑相结合实现弱信号检测,文献[16]通过自动调整参与发送检测统计量的认知用户数,减少了认知用户通过控制信道发送到中心控制器的平均数据量。

本文针对低信噪比环境下的频谱检测问题,研究基于循环平稳特征的单节点频谱检测算法。以信号的循环谱能量为检测统计量,对循环谱能量中的信号分量和噪声分量进行估计,提出了一种基于循环谱能量(CSE, cyclostationary spectrum energy)的自适应频谱检测算法,有效克服了噪声不确定性对频谱检测性能的影响,提高了无线网络的频谱感知性能。

## 2 系统模型

考虑一个具有 $M$ 个主用户(PU, primary user)和 $N$ 个次用户(SU, secondary user)的无线认知网络,如图1所示。第 $n$ ( $n=1, 2, \dots, N$ )个认知用户(节点)接收到的信号为

$$y_n(t) = \sum_{m=1}^M x_m(t) + w_n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

其中, $x_m(t)$ ( $m=1, 2, \dots, M$ )为零均值的循环平稳信号(即PU信号), $w_n(t)$ 为第 $n$ 个认知用户的信道高斯白噪声,其均值为0、方差为 $\sigma_n^2$ , $T$ 为接收信号的检测抽样时间。

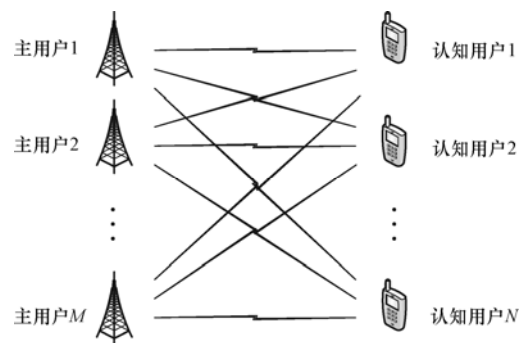


图1 无线认知网络系统模型

对于任何一个认知用户，其主用户信号是否出现可归纳为一个二元假设检验问题

$$\begin{cases} H_0 : y(t) = w(t) \\ H_1 : y(t) = \sum_{m=1}^M x_m(t) + w(t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

其中， $H_0$  为没有主信号出现的假设， $H_1$  为主信号出现的假设。因此，无线认知网络的频谱检测问题可简化为一个二元假设检验问题，即从认知用户接收到的信号  $y_n(t)$  中寻找一个特征统计量  $\varepsilon$ ，根据给定的判决门限  $\gamma$  进行判决。判决规则为

$$\begin{cases} \varepsilon < \gamma \text{ 时, 判为 } H_0 \\ \varepsilon \geq \gamma \text{ 时, 判为 } H_1 \end{cases} \quad (3)$$

通常，认知网络的频谱检测性能采用虚警率和检测率来描述。虚警率定义为当主信号不存在时，错误检测到主信号出现的概率

$$P_f = \text{Prob}(\varepsilon \geq \gamma | H_0) \quad (4)$$

检测率定义为当主信号存在时，正确检测到主信号出现的概率，即

$$P_d = \text{Prob}(\varepsilon \geq \gamma | H_1) \quad (5)$$

### 3 循环谱能量及其检测

对于一个循环周期为  $T_0$  的循环平稳信号  $y(t)$ ，其循环自相关函数为

$$R^\alpha(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R(t, \tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (6)$$

其中， $\alpha$  是循环频率，为  $1/T_0$  的整数倍， $R(t, \tau)$  为  $y(t)$  的时变自相关函数

$$R(t, \tau) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2I+1} \sum_{i=-I}^I y(t+iT_0 + \frac{\tau}{2}) y(t+iT_0 - \frac{\tau}{2}) \quad (7)$$

其循环谱为

$$S^\alpha(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\alpha f \tau} d\tau \quad (8)$$

通常，循环谱的计算根据时域平滑法或频域平滑法进行。假设采用频域平滑法，则循环谱的频域离散表达式为<sup>[17]</sup>

$$S^\alpha(k) = \frac{1}{TL} \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} Y(k+l+\frac{\alpha}{2}) Y^*(k+l-\frac{\alpha}{2}), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (9)$$

其中， $Y(k)$  为认知用户接收信号  $y(i)$  的离散傅里叶变换 ( $y(i)=y(iT_s)$ ， $T_s$  为抽样间隔)， $L$  为频域平滑次

数，“\*”表示共轭。

显然，循环频率处的谱函数具有最大信噪比。对循环谱采用能量检测，定义循环频率处谱函数的平均能量为

$$\varepsilon = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} |S(k)|^2 \quad (10)$$

其中， $S(k) = S^\alpha(k) \Big|_{\alpha=1/T_0}$ 。当  $\varepsilon$  小于判决门限  $\gamma$  时，判为  $H_0$ ；当  $\varepsilon$  大于等于  $\gamma$  时，判为  $H_1$ 。如果接收到的信号具有多个循环频率时，取能量最大的循环谱作为  $S(k)$ 。

现在来考察统计量  $\varepsilon$  的统计特性。接收信号  $y(i)$  的离散傅里叶变换  $Y(k)$  是高斯过程  $y(i)$  的线性加权组合，仍然是一个高斯过程。而循环谱  $S(k)$  是由  $L$  个独立同分布的随机变量（高斯过程  $Y(k)$  的积）之和构成。根据中心极限定理，当  $L \gg 1$  时  $S(k)$  服从高斯分布<sup>[18]</sup>。

在  $H_0$  假设下，循环谱  $S(k)$  的均值为

$$E(S_0) = \frac{1}{TL} \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} E \left[ W(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \quad (11)$$

其中， $W(k)$  为高斯白噪声  $w(t)$  的离散傅里叶变换。由于循环频率  $\alpha \neq 0$ ，得：

$$E(S_0) = 0 \quad (12)$$

循环谱  $S(k)$  的方差为

$$D(S_0) = \frac{1}{T^2 L^2} D \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} W(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \quad (13)$$

当  $l_1 \neq l_2$  时，根据高斯白噪声的自相关性，有：

$$E \left[ W(k+l_1+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l_1-\frac{\alpha}{2}) \cdot W(k+l_2+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l_2-\frac{\alpha}{2}) \right] = 0 \quad (14)$$

所以

$$D(S_0) = \frac{1}{T^2 L^2} \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} D \left[ W(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] = \frac{K^2 \sigma_n^4}{T^2 L} \quad (15)$$

在  $H_1$  假设下，循环谱  $S(k)$  的均值为

$$E(S_1) = \frac{1}{TL} \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} E \left[ \left[ X(k+l+\frac{\alpha}{2}) + W(k+l+\frac{\alpha}{2}) \right] \cdot \left[ X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \right]$$

$$= \frac{1}{TL} \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \left[ X(k+l+\frac{\alpha}{2}) X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \quad (16)$$

其中,  $X(k)$  为高斯白噪声  $x(t)$  的离散傅里叶变换。

$S(k)$  的方差为

$$D(S_1) = \frac{1}{T^2 L^2} D \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \left[ X(k+l+\frac{\alpha}{2}) + W(k+l+\frac{\alpha}{2}) \right] \cdot \left[ X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \right]$$

$$= \frac{1}{T^2 L^2} E \left\{ \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \left[ X(k+l+\frac{\alpha}{2}) + W(k+l+\frac{\alpha}{2}) \right] \cdot \left[ X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \right] \right]^2 \right\} - \frac{1}{T^2 L^2} [E(S_1)]^2 \quad (17)$$

令

$$A(l) = X(k+l+\frac{\alpha}{2}) X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + X(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + W(k+l+\frac{\alpha}{2}) X^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) + W(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \quad (18)$$

$$B(l) = W(k+l+\frac{\alpha}{2}) W^*(k+l-\frac{\alpha}{2}) \quad (19)$$

则

$$D(S_1) = \frac{1}{T^2 L^2} E \left\{ \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} [A(l) + B(l)] \right]^2 \right\} - \frac{1}{T^2 L^2} [E(S_1)]^2$$

$$= \frac{1}{T^2 L^2} E \left\{ \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l) \right]^2 + \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} B(l) \right]^2 + 2 \left[ \sum_{l_1=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l_1) \sum_{l_2=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} B(l_2) \right] \right\} - \frac{1}{T^2 L^2} [E(S_1)]^2$$

$$= \frac{1}{T^2 L^2} E \left\{ \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l) \right]^2 + 2 \left[ \sum_{l_1=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l_1) \sum_{l_2=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} B(l_2) \right] \right\} - \frac{1}{T^2 L^2} [E(S_1)]^2 + \frac{K^2 \sigma_n^4}{T^2 L} \quad (20)$$

由此可得  $S(k)$  服从高斯分布

$$\begin{cases} H_0 : S(k) \sim N(0, \sigma_0^2) \\ H_1 : S(k) \sim N(\mu, \sigma_0^2 + \sigma_s^2) \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $\sigma_0^2$  可以看成高斯白噪声  $w(t)$  产生的  $S(k)$  中的噪声分量,  $\mu$  和  $\sigma_s^2$  可以看成主信号  $x(t)$  产生的  $S(k)$  中的信号分量

$$\sigma_0^2 = \frac{K^2 \sigma_n^4}{T^2 L} \quad (22)$$

$$\mu = E(S_1) \quad (23)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{T^2 L^2} E \left\{ \left[ \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l) \right]^2 + 2 \left[ \sum_{l_1=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A(l_1) \sum_{l_2=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} B(l_2) \right] \right\} - \frac{1}{T^2 L^2} \mu^2 \quad (24)$$

这样, 因此在  $H_0$  和  $H_1$  假设下,  $\varepsilon$  分别服从自由度为  $K$  的中心  $\chi^2$  分布和自由度为  $K$  的非中心  $\chi^2$  分布。当采样点数  $K \gg 1$  时,  $\varepsilon$  趋于高斯分布<sup>[16]</sup>, 即

$$\begin{cases} H_0 : \varepsilon \sim N(\sigma_0^2, 2\sigma_0^4/K) \\ H_1 : \varepsilon \sim N\left(\sigma_0^2 + \sigma_s^2 + \mu^2, \frac{2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 4(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2}{K}\right) \end{cases} \quad (25)$$

由此得到频谱检测的虚警率和检测率

$$P_f = Q\left(\frac{\gamma - \sigma_0^2}{\sigma_n^2 / \sqrt{K/2}}\right) \quad (26)$$

$$P_d = Q\left(\frac{\gamma - (\sigma_0^2 + \sigma_s^2 + \mu^2)}{\sqrt{(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2} / \sqrt{K/2}}\right) \quad (27)$$

其中,  $Q$  函数定义为

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz \quad (28)$$

显然, 虚警率  $P_f$  和检测率  $P_d$  都是判决门限  $\gamma$  的函数。对于给定的接收信号  $y(t)$  (即给定  $\sigma_0$ ,  $\sigma_s$  和  $\mu$ ), 判决门限越小, 虚警率和检测率越高。虚警率越高, 认知网络吞吐量就越低, 频谱利用率也就越低。反之, 判决门限越大, 虚警率和检测率越低。检测率越低, 认知用户对主用户的干扰概率就越大, 给主用户带来的干扰也就越明显。因此, 必须寻求一个最佳判决门限  $\gamma^*$ , 以获取认知网络系统的最佳性能。

另外, 在  $H_0$  假设下, 如果判决门限  $\gamma$  小于判决统计量  $\varepsilon$  的均值  $\sigma_0^2$ , 则  $\varepsilon$  大于  $\gamma$  的概率会非常高, 也就是说虚警率会很高; 在  $H_1$  假设下, 当 SNR 很大时,  $\varepsilon$  的均值趋于  $(\sigma_s^2 + \mu^2)$ 。此时, 如果  $\gamma$  大于  $(\sigma_s^2 + \mu^2)$ ,  $\varepsilon$  小于  $\gamma$  的概率会很高, 也就是说检测率会很低。因此,  $\gamma$  的取值范围应为

$$\sigma_0^2 \leq \gamma \leq (\sigma_s^2 + \mu^2) \quad (29)$$

#### 4 判决门限的优化

众所周知，虚警率和检测率是评价认知网络系统的 2 个主要性能指标。不同的认知网络对它们的要求有所差异。当认知网络首要考虑系统吞吐量时，虚警率是评价系统的主要指标；当认知网络首要考虑主用户通信质量时，检测率则是评价系统的主要指标。为此，提出虚警率与检测率的加权性能作为认知网络的频谱检测评价指标，即

$$P_m(\gamma) = \alpha P_f + \beta(1 - P_d) \quad (30)$$

其中， $\alpha$  为虚警率加权因子， $\beta$  为检测率加权因子， $0 < \alpha, \beta < 1$ ， $\alpha + \beta = 1$ 。当认知网络判虚警率比检测率重要时， $\alpha > \beta$ ；反之， $\alpha < \beta$ 。

令

$$x_1 = \frac{\gamma - \sigma_n^2}{\sigma_0^2 / \sqrt{K/2}} \quad (31)$$

$$x_2 = \frac{\gamma - (\sigma_0^2 + \sigma_s^2 + \mu^2)}{\sqrt{(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2} / \sqrt{K/2}} \quad (32)$$

将式(26)和式(27)代入式(30)，得：

$$P_m(\gamma) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_{x_1/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \int_{x_2/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz + \beta \quad (33)$$

显然， $P_m(\gamma)$  是判决门限  $\gamma$  的函数。这样，判决门限的优化问题可归纳为一个凸优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\lambda} & \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_{x_1/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \int_{x_2/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz + \beta \\ \text{s.t.} & \quad \sigma_0^2 \leq \gamma \leq (\sigma_s^2 + \mu^2) \end{aligned} \quad (34)$$

附录已证明，式(34)所示的优化问题是一个严格的凸优化问题。求  $P_m$  的拉格朗日偏导数，得：

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \gamma} &= \frac{\alpha \sqrt{K}}{2\sqrt{\pi}\sigma_0^2} e^{-\left(\frac{x_1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \\ & \frac{\beta \sqrt{K}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2}} e^{-\left(\frac{x_2}{\sqrt{2}}\right)^2} \end{aligned} \quad (35)$$

令  $\frac{\partial P}{\partial \gamma} = 0$ ，得：

$$x_1^2 - x_2^2 = 2 \ln \left[ \frac{\alpha \sqrt{(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2}}{\beta \sigma_0^2} \right] \quad (36)$$

将式(31)和式(32)代入式(36)，得：

$$A\gamma^2 + B\gamma + C = 0 \quad (37)$$

其中，

$$A = \sigma_s^4 + 2\sigma_0^2\sigma_s^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2 \quad (38)$$

$$B = -2\sigma_0^2(\sigma_s^4 + \sigma_0^2\sigma_s^2 + \sigma_0^2\mu^2) - 4\sigma_0^2\sigma_s^2\mu^2 \quad (39)$$

$$\begin{aligned} C &= [\sigma_0^8 + \sigma_0^4\sigma_s^4 + 2\sigma_0^6\sigma_s^2 + 2\sigma_0^4(\sigma_0^2 + \sigma_s^2 + \sigma_s^2)\mu^2 - \sigma_0^4(\sigma_0^2 + \sigma_s^2 + \mu^2)^2] - \\ & \frac{4\sigma_0^4[(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2]}{K} \\ & \ln \left[ \frac{\alpha \sqrt{(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)^2 + 2(\sigma_0^2 + \sigma_s^2)\mu^2}}{\beta \sigma_0^2} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

式(37)的解为

$$\gamma_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (41)$$

考虑到式(34)凸优化问题的约束条件，得到此凸优化问题的唯一解

$$\gamma^* = \gamma_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (42)$$

显然，最佳判决门限  $\gamma^*$  与循环谱  $S(k)$  的特征值有关。对于接收到的信号  $y(t)$ ，只要能够估计  $S(k)$  在  $H_0$  和  $H_1$  假设下的特征值  $\sigma_0^2$ 、 $\sigma_s^2$  和  $\mu$ ，就可以自动调整波动环境下循环检测特征量  $\epsilon$  的最佳判决门限，实现判决门限的自适应，从而获得最佳频谱检测性能。

#### 5 循环谱的特征值估计

1)  $\sigma_0^2$  的估计

$\sigma_0^2$  是  $H_0$  假设下高斯过程  $S(k)$  的方差。对于任何一个均值为 0，方差为  $\sigma_\xi^2$  的高斯过程  $\xi(k)$ ，给定一个显著性水平  $\lambda$ ，可以得到相应的系数  $\eta$ ，使得：

$$P\{|\xi(k)| > \eta\sigma_\xi\} \leq \beta, \quad 0 \leq k \leq K \quad (43)$$

成立。例如，给定显著性水平  $\lambda=0.02$ ，可得  $\eta=2.326$ 。从统计意义上说， $\xi(k)$  的样本落在区间  $(-2.326\sigma_\xi, 2.326\sigma_\xi)$  之外的概率不会大于 0.02。当高斯过程  $\xi(k)$  的均值不为 0 时，其样本落在区间  $(-2.326\sigma_\xi, 2.326\sigma_\xi)$  之外的概率肯定大于 0.02。因此可以通过随机过程  $\xi(k)$  样本落在区间  $(-\eta\sigma_\xi, \eta\sigma_\xi)$  之外的概率是否大于与之相对应的显著性水平  $\lambda$  来判断  $\xi(k)$  是否是一个零均值的高斯过程，从而估计出其方差  $\sigma_\xi^2$ 。

对于具有  $K$  个样本的谱函数  $S(k)$ , 均分为  $S_v$  和  $S_w$  2 个子空间

$$S_v = [S_v(0), S_v(1), \dots, S_v(k_1 - 1)] \\ = [S(0), S(1), \dots, S(k_1 - 1)] \quad (44)$$

$$S_w = [S_w(0), S_w(1), \dots, S_w(k_1 - 1)] \\ = [S(k_1), S(k_1 + 1), \dots, S(2k_1 - 1)] \quad (45)$$

其中,  $k_1 = \lfloor K/2 \rfloor$ ,  $\lfloor x \rfloor$  表示取  $x$  的整数。在子空间  $S_v$  和  $S_w$  中, 选择范数较小的空间作为估计  $\sigma_0^2$  的子空间。现在假设选择子空间  $S_v$  作为估计  $\sigma_0^2$  的子空间, 其方差为  $\sigma_v^2$ , 计算子空间  $S_v$  的样本落在区间  $(-\eta\sigma_v, \eta\sigma_v)$  之外的概率, 并与显著性水平  $\lambda$  比较。如果

$$P\{|S_v(k)| > \eta\sigma_v\} \leq \beta, \quad 0 \leq k \leq k_1 - 1 \quad (46)$$

成立, 则统计判定  $S_v$  子空间上不存在主信号, 只存在零均值的高斯噪声,  $\sigma_v^2$  就是要估计的  $\sigma_0^2$ 。否则按式(44)和式(45), 对  $S_v$  再分成 2 个新的子空间, 进行范数比较, 选择范数较小的子空间作为  $\sigma_0^2$  的估计空间, 继续计算新的概率  $P$ , 并与  $\lambda$  比较, 直到式(46)成立, 估计出  $\sigma_0^2$ 。

### 2) $\mu$ 和 $\sigma_s^2$ 的估计

$\mu$  和  $\sigma_s^2$  是  $H_1$  假设下由主信号产生的高斯过程  $S(k)$  的特征值。因此估计  $\mu$  和  $\sigma_s^2$  首先要确定主信号的频谱范围。从统计意义上, 循环谱  $S(k)$  的最大幅度必落在主信号的频谱范围内。由此, 以循环谱  $S(k)$  的最大幅度所对应的频率  $f_0$  为主信号的中心频率, 计算 3dB 带宽内的子空间的均值  $\hat{\mu}$  和方差  $\hat{\sigma}^2$ 。  $\hat{\mu}$  就是要估计的值  $\mu$ , 而  $(\hat{\sigma}^2 - \sigma_0^2)$  就是要估计的  $\sigma_s^2$ 。

## 6 频谱检测算法

基于第 4 节的最佳判决门限和第 5 节的循环谱特征值估计, 可以得到 CES 算法的主要步骤如下。

1) 对接收  $y(t)$  进行抽样, 根据频域平滑法或时域平滑法得到循环谱  $S^\alpha(k)$ 。

2) 在  $S^\alpha(k)$  的循环频率  $\alpha$  轴上寻到谱密度峰点, 此峰点处的谱密度函数即为循环谱  $S(k)$ 。

3) 根据式(44)和式(45), 将  $S(k)$  空间均分为 2 个子空间  $S_v$  和  $S_w$ 。

4) 比较范数  $\|S_v\|$  和  $\|S_w\|$ , 选择具有较小范数的子空间作为  $\sigma_0^2$  的估计空间。

5) 对于给定的显著性水平  $\lambda$  及其系数  $\eta$ , 判断

式(46)是否成立。

6) 若式(46)成立, 则  $\sigma_0^2$  等于估计子空间的方差。否则, 将该子空间作为新的母空间, 重复步骤 3)~6), 直到式(46)成立。

7) 在  $S(k)$  空间中确定最大幅度处所对应的频率  $f_0$ , 并以此为中心构建 3 dB 带宽的主信号估计子空间。

8) 计算主信号估计子空间的均值  $\hat{\mu}$  和方差  $\hat{\sigma}^2$ , 由此得到  $\mu = \hat{\mu}$ ,  $\sigma_s^2 = \hat{\sigma}^2 - \sigma_0^2$ 。

9) 分别根据式(10)和式(42)计算检测判决量  $\varepsilon$  和最佳判决门限  $\gamma^*$ , 并按式(3)的判决规进行判决。如果  $\varepsilon \geq \gamma^*$ , 则认为主信号存在, 否则主信号不存在。

10) 结束。

## 7 仿真结果与分析

在这一节中, 对本文提出的 CES 频谱检测算法进行 MATLAB 仿真, 分析不同调制的主信号、不同加权系数和不同显著性因子对频谱感知性能的影响。系统的主要仿真参数如表 1 所示, 其中主信号分别为窄带 2PSK、2FSK 和 OFDM 信号, 载波频率的分辨率为 1 MHz, 且在 3.1~4.8 GHz 间均匀分布, 信道高斯噪声的随机波动为 4dB, 仿真统计的次数为  $10^6$ 。

表 1 仿真参数

仿真参数	采样频率 $f_s/\text{MHz}$	采样点数 $N$	载波频率 $f_c/\text{GHz}$	数据率 $r_b/(\text{Mbit}\cdot\text{s}^{-1})$	信号带宽 $B/\text{MHz}$
2PSK	500	4000	3.1~4.8	0.8	2.5
2FSK	500	4000	3.1~4.8	0.8	12.5
OFDM	500	4000	3.1~4.8	5	5.5

图 2~图 4 所示的是 2PSK、2FSK 和 OFDM 3 种不同主信号在 CES 算法、MME 算法和 BD 算法下的频谱检测率。其中, CES 算法的显著性水平  $\lambda$  为 0.02, 相应的系数  $\eta$  为 2.326, 虚警率和检测率的加权系数均为 0.5; MME 算法的平滑因子为 5; BD 算法的连续抽样次数为 5。这样 3 种算法的运算复杂度基本相当。

从图 2~图 4 中可以看出, 当 SNR 从 -16dB~0dB 变化时, CES 算法的检测率明显优于 MME 算法和 BD 算法。如果要保持 0.94 左右的检测率, 当 2PSK 信号出现时, CES 算法所需的 SNR 为 -14dB, MME 算法所需的 SNR 为 -10dB, BD 算法所需的 SNR 为 -6dB; 当 2FSK 信号出现时, CES 算法所需的 SNR

为-14dB，MME 算法所需的 SNR 为-8.5dB，BD 算法所需的 SNR 为-7dB；当 OFDM 信号出现时，CES 算法所需的 SNR 为-14dB，MME 算法所需的 SNR 为-10dB，BD 算法所需的 SNR 为-6.2dB。总体来说，CES 算法对 2PSK、2FSK 和 OFDM 3 种不同主信号的检测率基本相同，并且要优于 MME 算法 4dB 左右、BD 算法 8dB 左右。

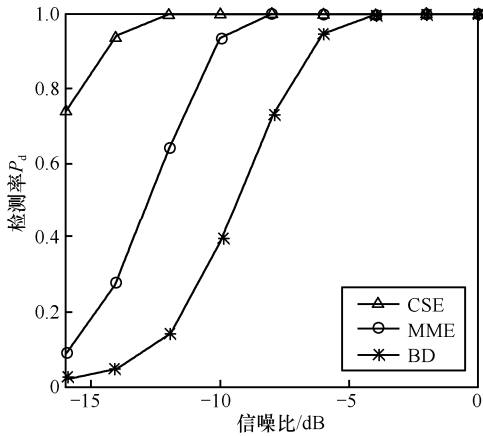


图 2 不同算法下 2PSK 信号的检测率

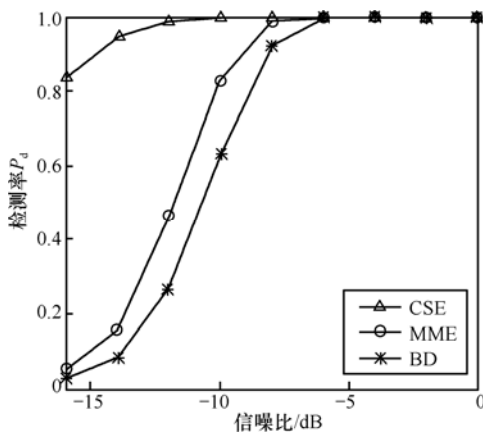


图 3 不同算法下 2FSK 信号的检测率

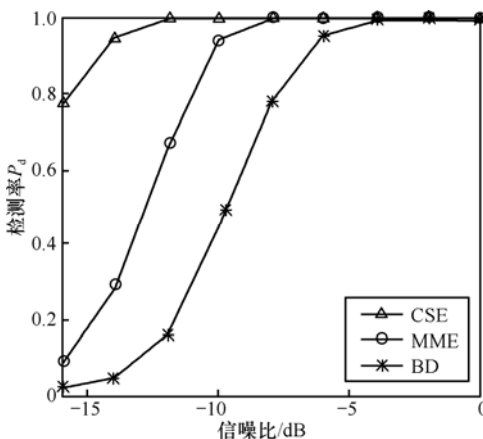


图 4 不同算法下 OFDM 信号的检测率

CES、MME 和 BD 3 种不同算法下的虚警率如图 5 所示。显然，CES 算法的虚警率要比 MME 算法和 BD 算法的虚警率好得多。CES 算法的虚警率在  $10^{-4}$  左右，而 MME 算法和 BD 算法的虚警率基本上都在  $10^{-3}$  左右。

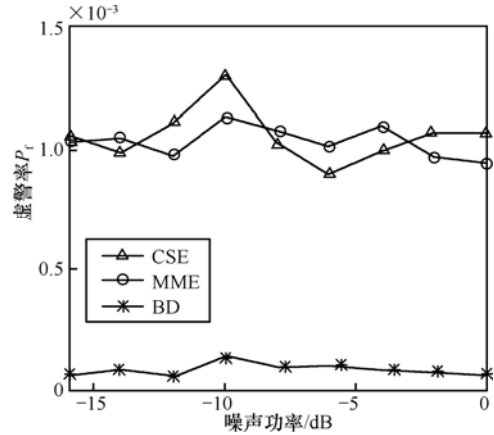


图 5 不同噪声功率下的虚警率

图 6 给出了 SNR 为-14dB 时（主信号为 2PSK）不同加权系数  $\alpha$  和  $\beta$  ( $\alpha+\beta=1$ ) 对 CES 算法频谱检测性能的影响。不难看出， $\alpha$  越大，检测率和虚警率越小；反之，检测率和虚警率越高。相比较而言，加权系数的变化对检测率的影响要小些，对虚警率的影响要大些。在实际的频谱检测中，可根据认知网络对频谱检测的要求灵活设置加权系数，以提高检测率或降低虚警率。如，当想增大认知网络系统吞吐量时，可适当增大加权系数  $\alpha$  以降低虚警率；当想减小认知用户对主用户干扰时，可适当减小加权系数  $\alpha$ （增大加权系数  $\beta$ ）以提高检测率。

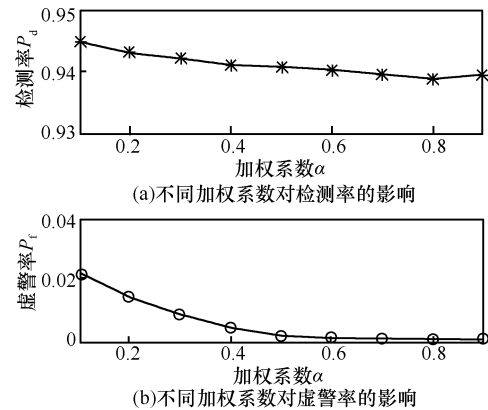


图 6 不同加权系数对频谱检测性能的影响

图 7 给出了不同显著性水平对 CES 算法频谱检测性能的影响。当显著性水平  $\lambda$  从 0.1 ~ 0.001 ( $\eta$ 相

应从 1.645 ~ 3.291) 之间变化时, 检测率和虚警率基本没有变化。也就是说, 不同显著性水平对 CES 算法的检测性能影响基本可以忽略。

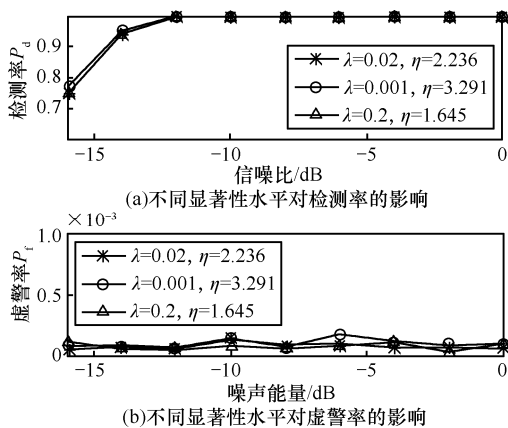


图 7 不同显著性水平对检测性能的影响

由此可见, CES 算法在低信噪比环境下具有较好的频谱检测性能, 比 MME 算法改善了 4dB 左右, 比 BD 算法改善了 8dB 左右, 而且对不同调制主信号的感知具有稳健性。在实际频谱检测中, 可以根据系统需求灵活调整检测率和虚警率的加权系数, 以获取最佳认知网络性能

### 8 结束语

本文提出了一种基于循环平稳特征的自适应门限频谱感知技术。该技术利用循环平稳信号的特征谱, 构建基于循环谱能量的判决算法。通过对循环谱特征值的估计、检测率与虚警率的加权处理, 自动调整频谱判决门限, 从而获取认知网络系统的最佳判决门限。仿真结果表明, 该算法能够克服噪声波动对频谱检测性能的影响, 有效解决了低信噪比环境下的频谱检测问题。考虑到循环平稳特征的计算量, 正在构建一个认知无线电的演示系统, 以验证算法的实时性。

### 附录 式(34)严格凸优化性的证明

我们知道, 当且仅当目标函数  $P_m(\gamma)$  为凸函数时,  $P_m(\gamma)$  的优化问题是一个严格的凸优化问题。下面通过其二阶导数来证明  $P_m(\gamma)$  是一个凸函数。

由式(33)可得  $P_m(\gamma)$  的一阶导数

$$\frac{\partial P_m}{\partial \gamma} = -\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{\partial(\frac{x_1}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} + \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_2^2}{2}} \frac{\partial(\frac{x_2}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} \quad (47)$$

其二阶导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_m}{\partial \gamma^2} &= -\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left(-\frac{2x_1}{\sqrt{2}}\right) e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{\partial(\frac{x_1}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial(\frac{x_1}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} + \\ &\frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \left(-\frac{2x_2}{\sqrt{2}}\right) e^{-\frac{x_2^2}{2}} \frac{\partial(\frac{x_2}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial(\frac{x_2}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma} \\ &= \frac{\sqrt{2}\alpha x_1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\partial(\frac{x_1}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma}\right]^2 e^{-\frac{x_1^2}{2}} - \frac{\sqrt{2}\beta x_2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\partial(\frac{x_2}{\sqrt{2}})}{\partial \gamma}\right]^2 e^{-\frac{x_2^2}{2}} \end{aligned} \quad (48)$$

考虑到  $0 < \alpha, \beta < 1, \alpha + \beta = 1, \sigma_n^2 \leq \gamma \leq (\sigma_s^2 + \mu^2)$ , 有:

$$x_1 > 0 \quad (49)$$

$$x_2 < 0 \quad (50)$$

因此,

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial \gamma^2} > 0 \quad (51)$$

即式(34)是一个严格的凸函数优化问题。

证毕。

### 参考文献:

- [1] Federal Communications Commission, Spectrum Policy Task Force ET Docket No 02-135, 2002[R].
- [2] MITOLA J. Cognitive Radio: an Integrated Agent Architecture for Software Defined Radio[D]. Royal Inst Techno1 (KTH), Stockholm, Sweden, 1999.
- [3] 李美玲, 袁超伟, 李琳等. 使次系统容量最大化的协作频谱感知性能分析及优化[J]. 通信学报, 2011, 32(2):53-60. LI M L, YUAN C W, LI L, *et al.* Performance analysis and optimization of cooperative spectrum sensing for maximizing secondary throughput[J]. Journal on Communications, 2011, 32(2):53-60.
- [4] BHARGAVI D, MURTHY C R. Performance comparison of energy, matched-filter and cyclostationarity-based spectrum sensing[A]. 2010 IEEE Eleventh International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)[C]. 2010. 1-5.
- [5] WANG H J, XU Y, SU X, *et al.* Cooperative spectrum sensing with wavelet denoising in cognitive radio[A]. 2010 IEEE 71st Vehicular Technology Conference[C]. 2010.1-5.
- [6] CHEN Y F. Improved energy detector for random signals in Gaussian noise[J]. IEEE Communications, 2010, 9(2):558-563.
- [7] SHEN L, WANG H Q, ZHANG W. Blind spectrum sensing for cognitive radio channels with noise uncertainty[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(6): 1721 - 1724.
- [8] ZHANG Y, ZHANG Q, WU S. Entropy-based robust spectrum sensing in cognitive radio[J]. IET Commun, 2010, 4(4):428-436.
- [9] ZENG Y H, LIANG Y C. Eigenvalue-based spectrumsensing algorithms for cognitive radio[J]. IEEE Transactions on

- Communications, 2009, 57(6):1784-1793.
- [10] YANG X, LEI K J, PENG S L, *et al.* Blind detection for primary user based on the sample covariance matrix in cognitive radio[J]. IEEE Communications Letters, 2011, 15(1):40-42.
- [11] AIROLDI R, ANJUM O, GARZIA F, *et al.* Energy-efficient fast fourier transforms for cognitive radio systems[J]. IEEE Micro, 2010, 30(6):66-76.
- [12] TANI A, FANTACCI R. A low-complexity cyclostationary-based spectrum sensing for UWB and WiMAX coexistence with noise uncertainty[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(6):2940-2950.
- [13] QUAN Z, SHELLHAMMER S J, ZHANG W Y, *et al.* Spectrum sensing by cognitive radios at very low SNR[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. 2009.
- [14] CHOI K W, JEON W S, JEONG D G. Sequential detection of cyclostationary signal for cognitive radio systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(9):4480-4485.
- [15] 王红军, 毕光国. 一种新型的认知无线电频谱空穴自适应检测算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(10):2458-2462.
- WANG H J, BI G G. A new adaptive detection algorithm of the spectrum-hole on cognitive radio[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(10):2458-2462.
- [16] 丁汉清, 杨家玮, 赵志远. 认知无线电中自适应分步合并协作频谱感知算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2010, 37(4):665-670.
- DING H Q, YANG J W, ZHAO Z Y. Adaptive step by step combination cooperative spectrum sensing in cognitive radio systems[J]. Journal of Xian University, 2010, 37(4):665-670.
- [17] GARDNER W A. Measurement of spectral correlation[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1986, 34(5):1111-1123.
- [18] PROAKIS J G. Digital Communications (Fourth Edition)[M]. New York : McGraw-Hill, 2001.

#### 作者简介:



张昊晔 (1987-), 男, 江苏南通人, 南通大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理、认知无线网络。



包志华 (1955-), 男, 江苏南通人, 硕士, 南通大学教授, 主要研究方向为现代通信理论与技术、通信专用集成电路设计等。



张士兵 (1962-), 男, 江苏海门人, 博士, 南通大学教授, 主要研究方向为超宽带无线通信、认知无线网络。